

UNITÀ DI APPRENDIMENTO 1

UN GENIO PER AMICO

[attività scientifica]

- > **Materiali:** scheda 1, scheda 2, scheda 3, scheda 4, allegato 1 «Una catapulta artigianale» RISORSE ONLINE, allegato 2 «Stomachion» RISORSE ONLINE, cucchiaino, tubo di carta da cucina, forbici, colla, elastici resistenti, tempere, pennello, vari tipi di carta, bicchieri con acqua, sale, uova
- > **Luogo:** aula

Descrizione

L'unità di apprendimento ha inizio con la consegna della scheda 1, nella quale Archimede si presenta, raccontando simpatici aneddoti della sua vita e illustrando brevemente i diversi ambiti delle sue ricerche, attraverso la proposta di ascoltare una canzone¹ e la visione di alcuni video.² È importante che gli alunni arrivino a comprendere che «allenarsi» a esercitare un pensiero matematico, come ha fatto Archimede, può essere estremamente utile sempre, in ogni ambito e per ogni problematica da risolvere. Con la scheda 2, lo stesso personaggio illustra alcune delle sue più importanti scoperte:

- le infinite cifre decimali, comprese tra il 3 e il 4, del Pi greco (rapporto tra la circonferenza di un cerchio e il suo diametro)³ che verrà poi approfondito e sperimentato nel Laboratorio 4 «Le dimensioni del Signor Quadrato».
- la catapulta, con la richiesta di costruirla (allegato 1);
- il principio di galleggiamento, con la proposta di realizzare un esperimento a verifica di quanto scoperto (scheda 3).

L'unità si conclude con la consegna della scheda 4, nella quale Archimede lascia in regalo agli alunni un giochino geometrico di sua invenzione, simile al Tangram: lo *Stomachion*⁴ (allegato 2), composto da 14 pezzi che opportunamente disposti devono ricostruire il quadrato iniziale. Il gioco consiste nel cercare il maggior numero di soluzioni diverse per operare tale ricostruzione.⁵

UNITÀ DI APPRENDIMENTO 2

NUMERI FIGURATI

[attività logico-matematica e visuo-spaziale]

- > **Materiali:** scheda 5, scheda 6, scheda 7, scheda 8, scheda 9, allegato 3 «Campo di gioco» RISORSE ONLINE, tappeti in plastica
- > **Luogo:** aula

¹ È possibile ascoltare la canzone di Pino Donaggio «Archimede Pitagorico» del 1962 all'indirizzo www.youtube.com/watch?v=aq0_3-kyouU.

² A questo scopo, si suggeriscono: «Invenzioni e inventori: Archimede e i Greci» (www.youtube.com/watch?v=thK3eBSncVg) e due video più complessi tratti dalla trasmissione «Voyager» (www.youtube.com/watch?v=laIncG_UOUM e www.youtube.com/watch?v=jHYuF8ZdQF4).

³ Per maggiori informazioni, si veda Cerasoli A. (2015), *Tutti in festa con Pi greco*, Firenze, Editoriale Scienza.

⁴ Il significato del nome deriva dal greco e significa «mal di stomaco», perché le difficoltà di risoluzione erano talmente tante da far star male il giocatore.

⁵ Utilizzando procedure di calcolo combinatorio sono state conteggiate 17.152 possibili soluzioni diverse.

Descrizione

I *numeri figurati*, proposti in questa unità di apprendimento, sono dei numeri che si possono rappresentare attraverso figure geometriche, in particolare il quadrato e il triangolo. Si consegna la scheda 5 nella quale Archimede presenta il suo amico Pitagora, importante matematico greco, che amava studiare i numeri disponendo dei sassolini in forme geometriche. Nella scheda si chiede di fare la stessa cosa utilizzando tappeti (in plastica, facilmente reperibili) provando a disporli in modo da formare dei quadrati. Si lascia il tempo di sperimentare diverse modalità di costruzione, in un primo momento individualmente. In un secondo momento, in coppia, si chiede di individuare i numeri corrispondenti ai quadrati ottenuti, che prenderanno il nome di *numeri quadrati*, e di scoprire la regola sottesa alla loro costruzione, attraverso le seguenti domande: «Quali sono i primi 5 numeri quadrati?», «E i primi 10?», «Cosa occorre aggiungere per passare da un numero quadrato al suo successivo?». Costruendo concretamente questi numeri e attraverso la discussione, gli alunni arriveranno a capire che per ottenere un quadrato è sufficiente moltiplicare un numero per se stesso e che per passare da uno all'altro basta aggiungere il numero dispari successivo a quello aggiunto prima: $1(+3) \rightarrow 4(+5) \rightarrow 9(+7) \rightarrow 16(+9) \rightarrow 25(+11) \rightarrow 36$, ecc. Al termine del tempo stabilito, e in seguito all'argomentazione nel grande gruppo di ogni lavoro, si distribuisce la scheda 6 nella quale c'è la definizione e la spiegazione di questi numeri con la descrizione della regola sottesa alla loro realizzazione.⁶ L'unità di apprendimento prosegue con la consegna della scheda 7, nella quale si chiede, questa volta, di formare i *numeri triangolari* e scoprire quali sono utilizzando la modalità sperimentata precedente. Partendo da 1 si chiede di disporre i tappeti formando dei triangoli aggiungendo, di volta in volta, una riga in più rispetto al triangolo. Anche in questo caso le domande guida possono essere: «Quanti tappeti occorrono per formare un triangolo?», «Quali sono i primi 5 numeri triangolari?», «Qual è il sesto?», «E i primi 10?», «Cosa occorre fare per passare da un numero triangolare a quello successivo?», «Qual è la regola?». Anche in questo caso, attraverso la concreta costruzione e la successiva discussione in gruppo, i ragazzi arriveranno a scoprire che per passare da un numero triangolare all'altro basta aggiungere il numero successivo a quello aggiunto precedentemente: $3(+3) \rightarrow 6(+4) \rightarrow 10(+5) \rightarrow 15(+6) \rightarrow 21$, ecc. A conclusione dell'argomentazione finale nel grande gruppo, si consegnano la scheda 8, che illustra la spiegazione della regola utilizzata e un gioco finale sui numeri triangolari (allegato 3) da fare in gruppo (formato al massimo da quattro componenti),⁷ e la scheda 9, che propone un divertente enigma.⁸

Svolgimento del gioco (allegato 3)

Disegnare preliminarmente il campo di gioco, tracciando dei punti a formare un triangolo: un punto nella prima riga, due punti nella seconda, cinque punti nella quinta, dieci punti nella decima, ecc.: più numerose saranno le righe, più durerà la partita.

1. Ogni giocatore segna, a turno, una linea che congiunge due punti.
2. Ogni giocatore deve cercare di completare un triangolo, chi ci riesce, ci scrive dentro l'iniziale del proprio nome.
3. Quando sono collegati gli ultimi due punti, si contano i triangoli con le proprie iniziali. Il giocatore che ha costruito il maggior numero di triangoli vince. Ogni triangolo grande composto di tanti triangoli piccoli segnati dallo stesso giocatore vale un punto in più.

⁶ I *numeri quadrati* prendono questo nome perché, quando si moltiplica un numero per se stesso, si ottiene il suo quadrato e le unità che lo compongono possono essere disposte ottenendo una forma quadrata. Per approfondimenti, si veda: Ball J. (2005), *Pensare i numeri*, Milano, Fabbri Editori.

⁷ Il gioco è tratto da: Sheldrick Ross C. (1996), *Triangoli in matematica, scienza e natura*, Trieste, Editoriale Scienza, p. 14.

⁸ Questo enigma, detto anche la «formula del professore» è descritto da Strogatz S. (2013), *La gioia dei numeri*, Torino, Einaudi.

UNITÀ DI APPRENDIMENTO 3

DOVE FINISCONO I NUMERI?

[attività logico matematica e di costruzione]

- › **Materiali:** scheda 10, scheda 11, allegato 4 «Tessere delle cifre» RISORSE ONLINE, pennarelli, fogli di carta, righello, forbici, colla
- › **Luogo:** aula

Descrizione

Continuando a giocare con i numeri, si propone agli alunni, con la scheda 10, di riflettere in coppia sulla questione di qual è il numero più grande esistente. Per fare questo, si gioca a costruire grandi numeri con le tessere-cifre (allegato 4), prendendone di volta in volta una quantità maggiore e individuando il numero più grande e quello più piccolo che si possono costruire con le tessere prese (utilizzando ogni cifra solo una volta). Prima si comincia con 4 tessere-cifre, poi con 5, con 6, con 7, con 8, con 9 e, alla fine, con 10. La scheda si conclude con la richiesta di verificare cosa accade quando al numero più grande costruito si aggiunge sempre «1». La discussione dei lavori realizzati, prima di coppia poi nel grande gruppo, aiuterà gli alunni a comprendere che è sempre possibile aggiungere una unità al numero più grande appena costruito e, di conseguenza, questo accompagnerà gli alunni a generalizzare che i numeri sono infiniti. Con la scheda 11 si presenta il simbolo grafico di infinito (∞) e, per comprendere appieno il concetto, si propone di realizzare una semplice costruzione («Il nastro di Möbius»), che ben rappresenta, sia visivamente che concettualmente, il concetto di infinito. Si chiede poi di realizzare con un pennarello una striscia di colore sulla superficie del nastro, in modo continuativo senza staccarlo mai dal nastro. In questo modo è possibile continuare a colorare entrambi i lati del nastro ripetutamente in modo illimitato.

UNITÀ DI APPRENDIMENTO 4

CHE FREDDO FA?

[attività logico-matematica e corporeo-cinestetica]

- › **Materiali:** scheda 12, scheda 13, scheda 14, allegato 5 «Istruzioni» RISORSE ONLINE, graffette, fogli di carta, righello, forbici, matita
- › **Luogo:** aula, scale

Descrizione

Nelle esperienze di questa unità apprenditiva si invitano gli studenti a scoprire, riflettendo su alcune situazioni di vita quotidiana, un altro gruppo e una nuova tipologia di numeri: i *numeri negativi*. Si consegna a ciascuno la scheda 12, nella quale l'immagine di una giornalista alla TV annuncia una grande ondata di maltempo con temperature di molto sotto lo zero. Si chiede quindi, individualmente, di riflettere su questa informazione e di rappresentare con un disegno cosa realmente accadrà (ciò che è stato annunciato dalla TV) e di rispondere alle domande della scheda. Al termine si invitano tutti a condividere nel grande gruppo, in circle time, le proprie riflessioni e i disegni realizzati. Con quanto emerso dalla condivisione e dalla argomentazione di gruppo, insieme all'insegnante i ragazzi costruiscono, su un cartellone da appendere al muro, una mappa delle loro idee, dalle quali emergerà la scoperta di un nuovo tipo di numeri, che si scrivono con un segno «-» davanti e che si utilizzano spesso nella vita di tutti i giorni (parcheggi e/o piani di edifici sotto la strada, ascensori, temperature, debiti-scoperti in banca, ecc.): i numeri negativi. Per consolidarne l'uso ed effettuare operazioni con essi, si propone con la scheda 13 di realizzare

un gioco su una rampa di scale e con la scheda 14 di costruire una linea dei numeri⁹ (negativi e positivi) cercando di capire dove e in che modo inserirli (allegato 5). Una volta arrivati alla conclusione che, sulla linea dei numeri, quelli negativi vanno collocati a sinistra dello 0, si propone di risolvere alcuni quesiti, muovendo a destra e a sinistra il cursore inserito (una graffetta che scorre liberamente sulla linea indicando il risultato dell'operazione seguita).

Realizzare la linea dei numeri

Per realizzare la linea dei numeri, si prepara una striscia di 4 cm di altezza e 24 cm di lunghezza tracciando su di essa, con una matita, una retta che la divide longitudinalmente in due parti uguali di 2 cm ciascuna. Su di essa si disegnano 24 tacche, una per ogni cm; a metà, sulla tacca n. 12, si scrive il numero «0». A destra dello «0», si inseriscono progressivamente, sopra ogni tacca, i numeri positivi fino al 12; a sinistra dello «0», si procede allo stesso modo per i numeri negativi, preceduti dal segno «-». Quando la linea è pronta, va infilata su di essa la graffetta, in modo che possa scorrere a destra e a sinistra.

UNITÀ DI APPRENDIMENTO 5

GIOCANDO CON I NUMERI

[attività logico-matematica]

► **Materiali:** scheda 15, scheda 16, scheda 17, scheda 18, scheda 19, allegato 6 «Schema di verifica» RISORSE ONLINE, allegato 7 «Criterio di divisibilità per 2» RISORSE ONLINE, allegato 8 «Criterio di divisibilità per 3» RISORSE ONLINE, allegato 9 «Criterio di divisibilità per 4» RISORSE ONLINE, allegato 10 «Criterio di divisibilità per 5» RISORSE ONLINE, allegato 11 «Criterio di divisibilità per 9» RISORSE ONLINE, allegato 12 «Crivello di Eratostene» RISORSE ONLINE, allegato 13 «Mazzo di carte» RISORSE ONLINE, fogli, penne, buste

► **Luogo:** aula

Descrizione

Dopo i numeri negativi si introducono i *multipli*, i *divisori* e, attraverso la dimostrazione dei criteri di divisibilità dei numeri, si favorisce la scoperta dei *numeri primi*. L'unità di apprendimento ha inizio con un brainstorming collettivo nel quale si chiede agli alunni di rispondere, a turno nel grande gruppo, ai seguenti quesiti: «Hai mai sentito parlare di numeri multipli e divisori?», «Cosa ti fanno venire in mente questi due termini?». Dopo aver raccolto e sintetizzato in una mappa iniziale le conoscenze pregresse degli alunni sull'argomento (tra queste sarà anche possibile riscontrare significati e definizioni corrette), si consegna la scheda 15, nella quale, attraverso esempi numerici, si spiega cosa sono i multipli e i divisori e si chiede di dimostrare e argomentare, attraverso un lavoro di coppia, la veridicità di alcune affermazioni su di essi (allegato 6). Una volta compreso il concetto e la relazione tra multipli e divisori, con la scheda 16 si propone, utilizzando la tecnica cooperativa Jigsaw,¹⁰ di comprendere, sperimentare e dimostrare alcuni criteri di divisibilità (per 2, per 3, per 4, per 5 e per 9). Si costituiscono gruppi formati da cinque alunni e si consegnano a ognuno i materiali necessari per effettuare il lavoro: la scheda 16,

⁹ La costruzione della linea dei numeri è analoga all'attività proposta per i numeri positivi per le prime tre classi della scuola primaria (Gentili G., 2014, *Il laboratorio di... matematica 1*, Trento, Erickson, p. 40).

¹⁰ Il Jigsaw è una tecnica cooperativa che permette a ogni singolo alunno di approfondire una parte di argomento o di un materiale e poi condividere quanto appreso nel proprio gruppo, all'interno del quale, dopo aver ascoltato tutti i componenti, si opera insieme una sintesi conclusiva (Gentili G., 2014, *Il laboratorio di... matematica 1*, Trento, Erickson).

con l'incarico da assolvere, e una busta, contenente le indicazioni per studiare e dimostrare il criterio di divisibilità assegnato a ogni alunno (allegati 7, 8, 9, 10 e 11). Nel gruppo si costituiranno così 5 «esperti»:

- esperto del criterio divisibilità per 2 (allegato 7);
- esperto del criterio divisibilità per 3 (allegato 8);
- esperto del criterio di divisibilità per 4 (allegato 9);
- esperto del criterio di divisibilità per 5 (allegato 10);
- esperto del criterio di divisibilità per 9 (allegato 11).

Ogni componente lascia il *gruppo casa* (iniziale) e forma il *gruppo degli esperti*, insieme ai compagni degli altri gruppi che hanno ricevuto l'incarico di occuparsi dello stesso criterio di divisibilità. In un tempo definito (30 minuti possono essere sufficienti) ogni gruppo di esperti, utilizzando il materiale contenuto nella propria busta, deve comprendere il criterio assegnato, dimostrarlo scrivendo alcuni esempi e sperimentarlo individuando tra una serie di numeri quelli divisibili con il criterio approfondito. Alla fine del tempo, ogni esperto ritorna nel gruppo casa, condivide con i compagni le informazioni apprese e insieme agli altri completa la tabella di sintesi (scheda 17), da riportare e confrontare poi nel grande gruppo. In genere, grazie a questa attività, gli alunni arrivano a scoprire l'esistenza dei *numeri primi*, numeri divisibili solo per se stessi e per uno. In seguito alla argomentazione collettiva nel grande gruppo si consegna a ogni alunno la scheda 18, nella quale, oltre alla definizione e alla spiegazione di cos'è un numero primo, si danno le indicazioni per ritrovarli all'interno della tabella dei primi 100 numeri (allegato 12 «Crivello di Eratostene»). Ogni alunno lavora individualmente al suo «crivello» per un tempo definito, al termine del quale gli alunni si riuniscono a coppie, confrontano i propri lavori, correggono se occorre e rispondono insieme alle domande. In conclusione, come riconoscimento per l'impegno profuso, si consegnano la scheda 19 e l'allegato 13, con la proposta di giocare a «Caccia ai primi»,¹¹ un gioco di carte per 2 o 4 persone nel quale si chiede di riconoscere e «catturare» numeri primi.

UNITÀ DI APPRENDIMENTO 6

NUMERANDO CON ARCHIMEDE!

[attività grafico-pittorica]

› **Materiali:** scheda 20, allegato 14 «Indicazioni di lavoro» RISORSE ONLINE, fogli di carta A4, matita, colori, forbici, pinzatrice, nastro adesivo colorato

› **Luogo:** aula

Descrizione

Come compito unitario di apprendimento alla fine del laboratorio, si propone di realizzare in gruppo dei giornalini a fumetti, nei quali il personaggio guida Archimede presenta i diversi tipi di numeri incontrati nel laboratorio, descrivendone le caratteristiche e le regole che li governano. Ogni ragazzo porta poi il giornalino a casa illustrandone il contenuto ai propri familiari, argomentando le nuove conoscenze apprese. Si organizza la classe in gruppi da quattro e si consegna la scheda 20 con le indicazioni di lavoro e i materiali necessari per costruire il giornalino. All'interno di ogni gruppo i ragazzi si confrontano, proponendo varie ipotesi di realizzazione. Ognuno lavora individualmente alla costruzione del proprio progetto, ciononostante gli alunni si possono aiutare, chiedendo consigli e offrendo assistenza uno con

¹¹ Il gioco è una rielaborazione di quello contenuto in: www.piccolimatematici.it/schede/numeri2/caccia%20ai%20primi.pdf.

l'altro. Si consiglia di utilizzare fogli di carta formato A4, ma nulla vieta che i ragazzi possano decidere di ritagliare i fogli, dando così forme diverse e/o irregolari alle pagine in base alla propria creatività e fantasia. Uniche regole da rispettare sono il numero di pagine (sei) che dovranno contenere:

1. presentazione personaggio guida e introduzione al Pi greco;
2. numeri figurati (quadrati e triangolari);
3. concetto dell'infinità dei numeri (nastro di Möbius);
4. numeri negativi;
5. multipli-divisori e criteri di divisibilità;
6. numeri primi.

Indicazioni di lavoro

Prendere tre fogli A4, piegare il lato più lungo a metà, poi infilare i fogli così piegati uno dentro l'altro, in modo da ottenere un libricino di sei pagine. Cucire insieme i fogli lungo la linea di piegatura con una pinzatrice; per non far vedere la cucitura è preferibile coprirne il bordo con del nastro adesivo colorato.

Un genio per amico



Ohi, ohi, ohi... Ma dove sono? Cosa è successo?

Ah, sì! Ora ricordo. Sai, a volte sono un po' sbadato.

Mi concentro tanto sui miei esperimenti da dimenticare tutto il resto!

Be', mi presento...

Ciao, sono Archimede! Sono nato tantissimi anni fa a Siracusa, in Sicilia, dicono di me che sono il più grande genio matematico della storia.



Se lo dicono, sarà pur vero! È per questo che sono qui... per aiutarti a scoprire quanto può essere bella e utile la matematica.

Come? Non ci credi? Aspetta e vedrai!

Tanto per iniziare a conoscerci ti faccio una proposta. Che ne dici di ballare un po'? Sai, io sono un tipo simpatico... ma dove ero rimasto?

Ah, sì! Ascolta questa canzone che hanno scritto su di me. A dire il vero è un po' vecchiotta, ma ha il ritmo giusto per sgranchirci le gambe.

Pronti, via! Apriamo le danze...



Se poi vuoi conoscermi ancora meglio ti consiglio di vedere il video «Invenzioni e inventori: Archimede e i Greci» (www.youtube.com/watch?v=thK3eBSncVg). Poi ti mostrerò alcune delle mie più importanti scoperte!

Eureka!



EUREKA è il mio grido di gioia. Significa «HO TROVATO»! Lo dico sempre quando scopro o invento qualcosa. Sei curioso? Vuoi sapere cosa ho inventato? Ti accontento subito, comincia a leggere sotto e vedrai...

Una delle mie più grandi scoperte matematiche è stato definire il **Pi greco** π , cioè il **rapporto tra la circonferenza e il diametro di un cerchio**. Ho scoperto che la lunghezza di una circonferenza è maggiore di 3 e minore di 4 volte il suo diametro. Ma non è tutto! Non mi sono accontentato, ho continuato a pensare, a fare prove ed esperimenti e alla fine... EUREKA! Ho scoperto che questo numero è 3,14 seguito da un numero infinito di cifre decimali. Eh sì, la mia creatura ha infinite cifre dopo la virgola... troppo faticoso! Ecco perché poi si è deciso di prenderne solo due. Pensa che questo numero è così importante che, nel 2009, il presidente americano Obama ha proclamato il 14 marzo data ufficiale per festeggiarlo. E da allora il 14 marzo di ogni anno è anche un po' la mia festa. A proposito, sai perché è stata scelta proprio questa data? Comportati come un genio matematico, prova a pensarci su e confrontati con i tuoi compagni. Di sicuro insieme troverete la soluzione!



$$\pi = 3,14$$



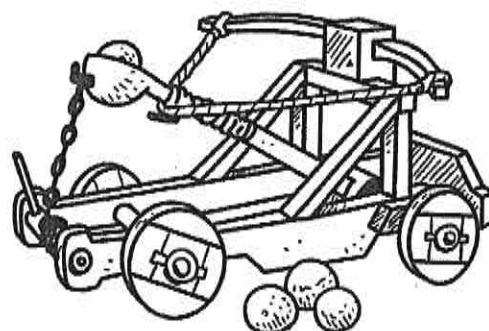
Come avrai capito, ho inventato tantissime altre cose: ad esempio macchine da guerra di cui, a dir la verità, non sono molto fiero, perché la guerra è una brutta cosa. Però hanno aiutato la mia città a difendersi dai suoi nemici. Te ne presento una: la **catapulta**.

Che ne dici, ti va di costruirne una molto semplice?

Segui le indicazioni e poi usala per giocarci con i tuoi amici.

Ah, dimenticavo! Le pallottole devono essere rigorosamente di carta...

Buon divertimento!



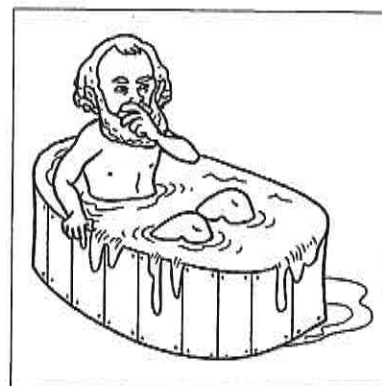
Questione di acqua!

Ti sei mai chiesto perché le navi galleggiano? Eppure sono così pesanti! E come mai galleggiamo meglio nell'acqua del mare, piuttosto che in quella della piscina o di un lago?

Sai, stavo pensando proprio a queste cose mentre facevo il bagno...

Ho notato che, ogni volta che mi immergevo, spostavo l'acqua, che puntualmente usciva dalla tinozza... una, due, tre volte e poi...

EUREKA! Ho capito! Ero talmente felice della mia scoperta che ho dimenticato di vestirmi... Guarda cosa è successo!

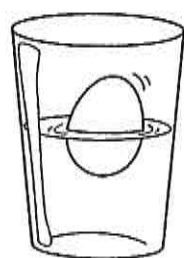


Vabbe', dettagli! Dopo quella volta ho fatto tanti altri esperimenti per verificare la mia ipotesi, ho riflettuto molto e sono arrivato a capire che **ogni oggetto immerso nell'acqua riceve una spinta dal basso verso l'alto. La forza di questa spinta è uguale al peso della quantità di acqua spostata dall'oggetto quando viene immerso.** Per poter galleggiare, quindi, il peso della nave deve essere pari a quello dell'acqua spostata. È vero, le navi sono

pesanti, ma spostano allo stesso tempo una grande quantità di acqua. E più l'acqua è «pesante», maggiore è la spinta che viene dal basso.

Difficile? Ma no, dai! Provo a spiegartelo con un semplice esperimento.

Riempi di acqua due bicchieri. Nel secondo bicchiere versa nell'acqua molto sale e mescola bene per farlo sciogliere completamente. Immergi un uovo nel primo bicchiere e osserva. Tiralo fuori, immergilo nel secondo bicchiere con l'acqua salata e osserva...



L'uovo questa volta galleggia! Perché?

Esatto! È lo stesso motivo per cui noi galleggiamo meglio al mare che in piscina!

Prova a spiegarlo e, se proprio non ci riesci, gira il foglio e leggi la soluzione.

Soluzione. L'acqua salata è più pesante di quella dolce, proprio perché ha sciolto in essa il sale, quindi l'uovo riceve una spinta maggiore e riesce a stare a galla.

Lo Stomachion

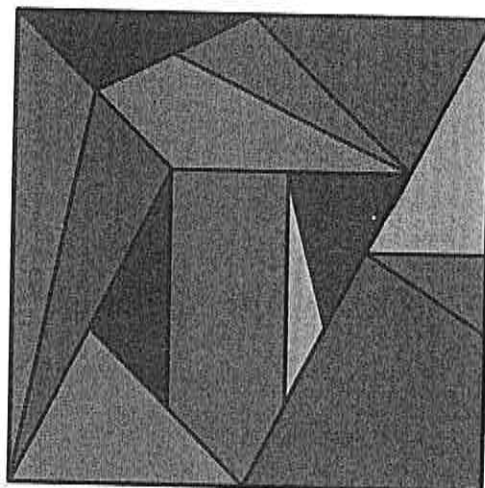
Ti chiederai che cosa c'entra la matematica in tutto questo... o lo hai già capito?

La matematica ci aiuta a pensare e a farci venire delle idee, a liberare la nostra immaginazione e creatività.



Visto che sono un tipo un po' burlone, ti propongo un giochino, giusto per allenare il pensiero e utilizzare le tue conoscenze geometriche.

Questo è lo **Stomachion**, un gioco che ho inventato, molto divertente ma pieno di trappole e tranelli, tanto che ai miei amici, nel risolverlo, faceva venire spesso il mal di stomaco... Ecco perché l'ho chiamato così. Si tratta di 14 poligoni: 11 triangoli, 2 quadrilateri e 1 pentagono disposti in vari modi a formare un quadrato.



Il gioco consiste nel tagliare i poligoni e cercare di ricostruire il quadrato.

Giocaci un po' e fammi vedere in quanti modi riesci a ricostruire il quadrato iniziale. Se vuoi, puoi farti aiutare dai tuoi amici.

Ti svelo un segreto... sai quante soluzioni possibili sono state conteggiate per ricostruire il quadrato?

Ben 17152!



Tu, quante riesci a trovarne? Discutine con i tuoi amici.



Un nuovo amico

Oggi ti voglio presentare un mio amico: è un importante matematico greco, un po' più vecchio di me. Anche lui è innamorato della matematica, curioso e impaziente di scoprire sempre cose nuove. Secondo la sua idea, tutto l'universo è regolato da leggi matematiche e numeri e si diverte moltissimo a studiarli disponendo dei sassolini in forme geometriche.

Hai capito di chi si tratta? Di sicuro ne avrai già sentito parlare! Eccolo qui, è Pitagora!



Ciao! Io sono Pitagora. Che bello! Ora possiamo giocare insieme, ti va?

Sai che con i numeri possiamo costruire tante figure e scoprire regole interessantissime? Lo avrai già capito... la matematica può essere molto divertente!

Allora, cominciamo. Io usavo i sassolini, ma tu puoi prendere quello che vuoi, ad esempio dei tappeti, andranno benissimo. Con loro prova a costruire dei quadrati, comincia dal più piccolo. Di quanti tappeti avrai bisogno per costruire il quadrato più piccolo? Poi prosegui e costruisci altri quadrati. Quanti tappeti userai? A quali numeri corrispondono?

Fai tutte le prove che vuoi, poi, insieme a un tuo compagno, completa la tabella e rispondi alle domande. Ci sarà da divertirsi! Quando avrai finito mostra ciò che hai scoperto a tutti gli altri.

A presto!

Un nuovo amico

Si comincia con un solo tappeto	Primo quadrato	Secondo quadrato	Terzo quadrato	Quarto quadrato	Quinto quadrato
	n. tappeti =	n. tappeti =	n. tappeti =	n. tappeti =	n. tappeti =

Sapresti andare avanti fino ad arrivare a 10 quadrati? Quali numeri puoi ottenere?

Osservali con attenzione e scopri la regola. Cosa occorre aggiungere per passare da un numero quadrato al successivo?

I numeri quadrati

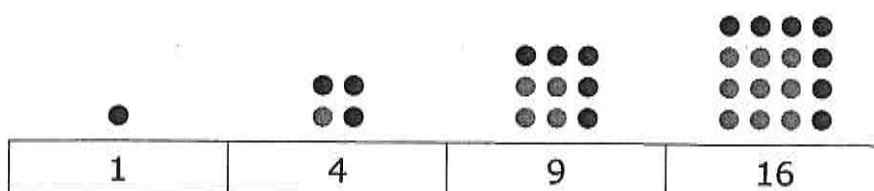
Allora, sei riuscito a capire quali sono i numeri di cui ti ha parlato Pitagora e come si formano?



Sicuramente sì! Bene, allora tiriamo le somme.

Questi sono i numeri quadrati che hai costruito (rappresento i tappeti con dei puntini).

Si parte da 1 tappeto e si prosegue.



Ora completa la tabella con tutti i numeri quadrati che hai scoperto, poi osservali con attenzione.

1	4	9	16						
---	---	---	----	--	--	--	--	--	--

Hai scoperto la regola? Non ancora? Allora guarda con più attenzione... Ci sono diverse cose da osservare e regole per costruire numeri quadrati sempre maggiori.



1. Ogni numero moltiplicato per se stesso forma un quadrato perfetto.

$$2 \times 2 = 4 \quad 3 \times 3 = 9 \quad 4 \times 4 = 16$$

$$5 \times 5 = 25 \quad 6 \times 6 = 36 \quad 7 \times 7 = ?$$

2. Per passare da un numero quadrato all'altro devi aggiungere il numero dispari successivo a quello che hai aggiunto prima.

$$1 (+3) = 4 \quad 4 (+5) = 9 \quad 9 (+7) = 16 \quad 16 (+9) = 25 \quad 25 (+11) = ? \quad ? (+13) = ?$$

Continua tu! Quali sono gli altri numeri quadrati? Quanti ne potrai costruire? Spiega in gruppo le tue considerazioni.



SCHEDA 7

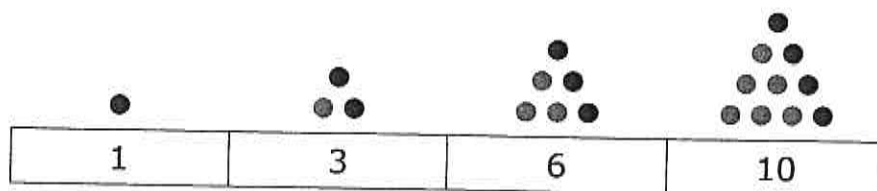
I numeri triangolari



Divertente, vero? Allora ti propongo una nuova sfida. Questa volta, invece di quadrati, proviamo a costruire dei triangoli!

Difficile? Ma no! Utilizza la modalità precedente: prendi i tappeti, costruisci dei triangoli e completa la tabella. Poi rifletti e rispondi alle domande. Ti do un piccolo suggerimento: guarda qui sotto! Buon divertimento!

Partendo da 1 disponi i tappeti in modo da formare triangoli: di volta in volta aggiungi una riga in più del precedente e il gioco è fatto! Guarda!



Continua tu!

Ora completa la tabella e rispondi alle domande; discutine con il tuo compagno e poi con gli altri nel grande gruppo.

Primo triangolo	Secondo triangolo	Terzo triangolo	Quarto triangolo	Quinto triangolo	Sesto triangolo	Settimo triangolo	Ottavo triangolo	Nono triangolo	Decimo triangolo

Quanti tappeti occorrono per formare il triangolo più piccolo che puoi costruire? _____

E per costruire quello più grande? _____

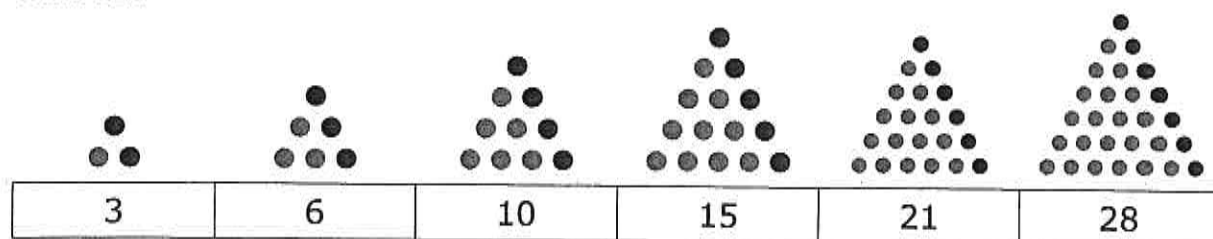
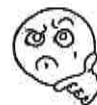
Quali sono i primi 10 numeri triangolari? _____

Per trovare l'undicesimo cosa possiamo fare? _____

Hai scoperto qual è la regola per passare dall'uno all'altro?

A tutto triangolo

Anche per costruire i numeri triangolari ci sono delle regole da seguire, ne hai trovata qualcuna? Guarda!



Sì, hai proprio ragione! Per passare da un numero triangolare all'altro occorre aggiungere il numero successivo a quello che hai aggiunto prima.

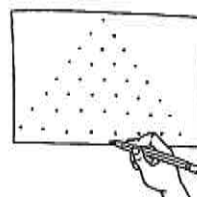
$$1 (+2) = 3 \quad 3 (+3) = 6 \quad 6 (+4) = 10 \quad 10 (+5) = 15 \quad 15 (+6) = 21 \quad 21 (+7) = 28$$

Geniale, vero? Bene, ora è più semplice. Puoi continuare da solo.

Trova gli altri 10 numeri triangolari dopo il 28: _____

Bravissimo! E ora si continua a giocare. Scegli due amici, segui le istruzioni e costruisci più triangoli che puoi! Ci sarà da divertirsi...

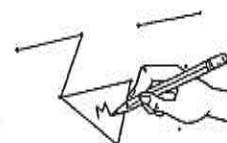
1. Prendi il campo da gioco che ti consegnerà l'insegnante oppure costruiscilo tu.



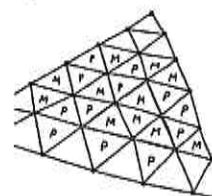
2. Ogni giocatore deve cercare di completare un triangolo, collegando, a turno, due punti con una linea. Chi ci riesce, scrive all'interno l'iniziale del proprio nome.



3. Quando sono stati collegati gli ultimi due punti, ognuno conta i triangoli con le proprie iniziali. Il giocatore che ha completato più triangoli vince.



4. Ogni triangolo grande composto da tanti triangoli piccoli segnati dallo stesso giocatore vale un punto in più.



Uno strano enigma



Ora è tempo di salutarci per un po', torno nel mio mondo e nel mio tempo. Spero che vi siate divertiti con me... io di sicuro! Vi lascio però un enigma da risolvere. Che ci volete fare, ormai lo avete capito, la matematica è la mia passione! Aguzzate l'ingegno e anche la vista... e buon divertimento! Ah, dimenticavo, se proprio gettate la spugna, troverete la soluzione in fondo alla pagina! Ciao!

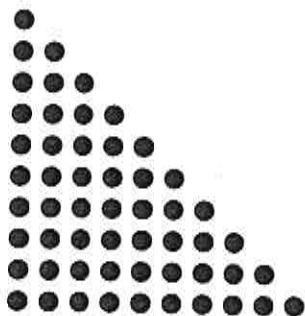
Una giovane donna, brillante ma poco istruita, con un figlio di dieci anni, viene assunta per prendersi cura di un anziano matematico malato. Avendo problemi di memoria, il matematico dialoga con la giovane e suo figlio sempre e solo in termini di linguaggio matematico, il solo che l'anziano ricorda. Un giorno pone al ragazzo un piccolo enigma: «Sapresti calcolare la somma dei numeri da 1 a 10?». Dopo che il ragazzo con cura e fatica ha sommato tutti i numeri e dato la risposta (55), il professore gli chiede di trovare un modo migliore e più veloce: «Ci riesci senza sommare tutti i numeri?». Il ragazzo, spazientito, tira un calcio alla sedia e grida: «Non è giusto!»... ed è ancora lì che ci pensa!



Perché non lo aiuti? Ti posso dare un suggerimento... Ti ricordi? 55 è un numero triangolare!

Ancora non ti viene in mente nulla? Allora guarda qui... I numeri triangolari si possono disporre anche in questo modo.

Ora è più semplice! Guarda bene, cosa vedi? E cosa non vedi, ma potresti vedere?



Soluzione. Consideriamo la somma dei numeri da 1 a 10 come un triangolo formato da pallini, se copiamo il triangolo e lo capovolgiamo, aggiungendolo come metà mancante a quello che c'è già, otteniamo un rettangolo con 10 file di 11 pallini ognuna, per un totale di 110. Dato che il triangolo è la metà del rettangolo formatosi, il numero cercato sarà $110:2=55$.

Dove finiscono i numeri?

Sai quanti sono i numeri?



Qual è il numero più piccolo?

Qual è quello più grande in assoluto?

Per rispondere prendi le tessere che ti darà l'insegnante.

Assieme a un compagno, provate a costruire il numero minore e quello maggiore con le cifre che avete, poi completate la tabella. Ricorda, potete usare ogni cifra solo una volta!

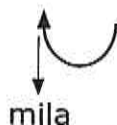


	Numero più piccolo	Numero più grande
Con 5 cifre		
Con 6 cifre		
Con 7 cifre		
Con 8 cifre		
Con 9 cifre		
Con 10 cifre		

Prova ora a leggerli. Ricordi come si fa?

Per prima cosa, ricorda di separare le cifre a gruppi di 3 partendo da destra, ogni 3 lascia un piccolo spazio, come nell'esempio, e leggi a che periodo appartengono (migliaia, milioni, miliardi, ecc.)

345 678



23 439 600



17 890 560 231



Cosa accade se al numero più grande che avete costruito aggiungi 1?

E se aggiungi ancora 1, e ancora, e ancora... AIUTO!

Discutine con i tuoi compagni e trovate la soluzione.



L'infinito

Bravi, avete trovato la soluzione giusta!

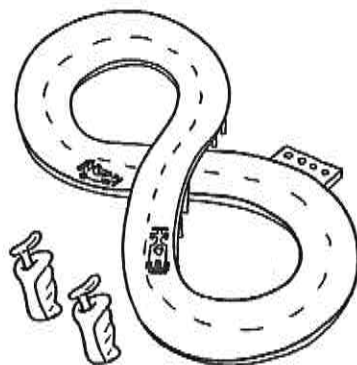


È vero, i numeri sono infiniti, possiamo sempre continuare ad aggiungere una unità.

Come potremmo raffigurare questa idea, senza doverla spiegare ogni volta?

Semplice! I matematici hanno inventato un disegno, un simbolo per rappresentarlo. Sembra un «8» rovesciato! È come una pista di macchinine, girano e girano e potrebbero andare avanti così per sempre!

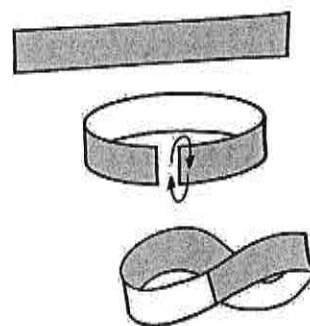
Il simbolo è ∞ .



Questo simbolo ben rappresenta il concetto che i numeri non finiscono mai.

Proviamo a fare un esperimento: si tratta di costruire il **nastro di Möbius**, inventato da un matematico tedesco, August Ferdinand Möbius, da cui ha preso il nome.

Ritaglia una striscia rettangolare di carta (puoi farla di circa 40 cm x 3 cm), poi, tenendo fermo un estremo della striscia con una mano, fai compiere una torsione di 180° all'altro estremo. Poi piega la striscia in modo da formare un anello, unisci le estremità e incollale.



Ora prendi un pennarello (scegli il colore che vuoi!), dipingi una striscia lungo tutto il nastro, senza mai staccare la punta. Cosa succede? Non ti sei ancora fermato? Discuti ciò che sta accadendo con i tuoi compagni.



SCHEDA 12

Che freddo fa!



Accidenti, cosa stanno dicendo alla TV? Non sembra una cosa tanto piacevole!
Cosa accadrà? Prova a disegnarlo o a rappresentarlo qui sotto, poi rispondi alle domande.

Come rappresenteresti con i numeri il fatto che le temperature scenderanno sotto lo zero?

Che tipo di numeri hai usato?

In cosa differiscono da quelli incontrati finora?

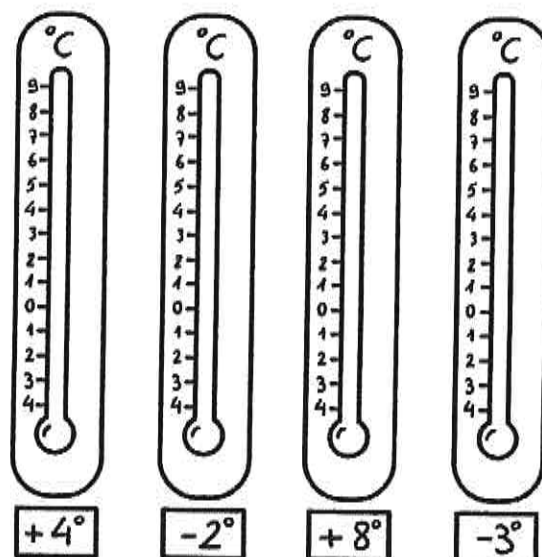
Confronta le tue risposte con quelle dei tuoi compagni e riunite tutte le vostre idee in una grande mappa.



Su e giù per le scale

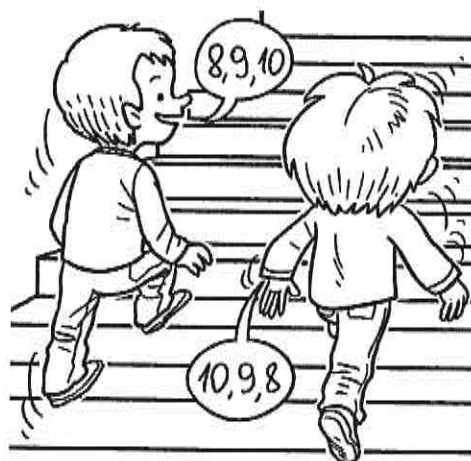
Sì, avete proprio ragione! Esistono dei numeri che hanno il segno «-» davanti e che utilizziamo spesso nella vita di tutti i giorni per indicare tante cose: il numero del livello sotterraneo negli ascensori, i debiti nei bilanci economici, la profondità, le temperature sul termometro, ecc.

Prova a segnare sul termometro la temperatura corrispondente.



Sono numeri divertenti perché... possiamo anche giocare sulle scale! Proprio così! Possiamo giocare con i numeri, fare somme e sottrazioni, semplicemente salendo o scendendo una scala.

Parti da un gradino, metti su di esso un cartoncino con la scritta «0», per non confonderti. Poi prova a risolvere le seguenti operazioni, salendo o scendendo di tanti gradini quante sono le unità del numero. Fai attenzione a non cadere, saltando su e giù per le scale!



$$+ 7 - 10 =$$

$$- 1 + 1 =$$

$$- 3 + 5 =$$

$$+ 4 + 5 =$$

$$+ 6 - 3 =$$

$$- 2 + 4 =$$

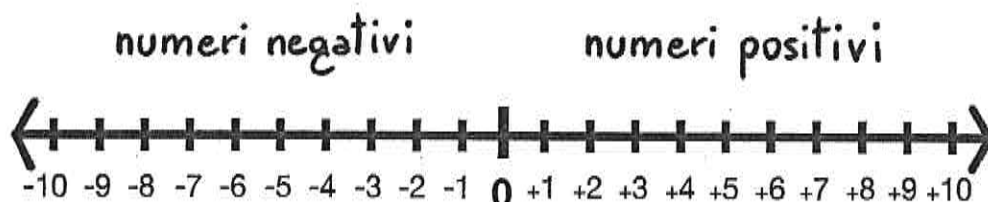
$$- 8 + 6 =$$

$$- 1 + 7 =$$

La linea si allunga

Questi numeri si chiamano **numeri negativi** e sulla linea dei numeri si posizionano **a sinistra dello zero**.

Pensa, sono stati usati per la prima volta in India più di 2500 anni fa.



Prendi il materiale che ti consegnerà l'insegnante, segui le indicazioni e costruisci la tua nuova linea dei numeri.

Fai attenzione al segno davanti al numero e sposta il cursore a destra o a sinistra. Poi prova a rispondere ai quesiti: è proprio un lavoro da esperti!



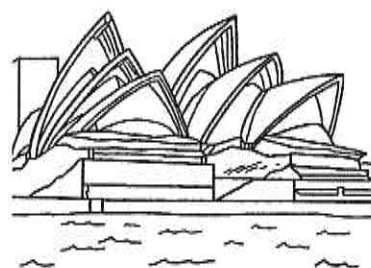
Brr... che freddo! Il termometro è fermo a -3°C .

Di quanti gradi si dovrà alzare per arrivare almeno a $+19$ e stare un po' al calduccio? _____

A Parigi oggi la temperatura è stata di -4°C , a Sidney, invece, di $+17$

Qual è stata la città più calda?

Che differenza di temperatura c'è stata tra le due città?



Cugini stretti

Hai già sentito parlare dei numeri **multipli** e **divisori**? Sono numeri che hanno tra loro uno stretto legame, come se fossero cugini.

Per capire bene cosa sono devi ricordare due importanti operazioni:

divisione



moltiplicazione

Ti ricordi? Può capitare che la divisione tra due numeri non dia sempre un risultato preciso, a volte «avanza» qualcosa: il resto.

Ad esempio, $50 : 3 = 16$; resto 2

In questo caso si dice che **50 non è divisibile per tre**.

Ad esempio, $40 : 5 = 8$; resto 0 (non avanza nulla)

In questo caso si dice che **40 è divisibile per 5**, il primo numero (40) è **multiplo** del secondo (5).

Il secondo numero (5) è **divisore** del primo (40).

Capito ora perché sono cugini?



1. I **multipli** di un numero si ottengono moltiplicando quel numero per un altro numero.
2. Un numero è **divisore** di un altro quando è contenuto in esso un numero esatto di volte.

Adesso metti alla prova e vedi se hai capito. Discutine insieme a un tuo compagno, rispondete alle domande e dimostratele con esempi. Poi completate lo «Schema di verifica», che vi consegnerà l'insegnante. Al termine presentate il vostro lavoro al resto della classe ed eventualmente correggete.

	VERO	FALSO	Esempio
I divisori di un numero sono sempre minori o uguali al numero stesso?			
I divisori di un numero sono infiniti?			
I multipli di un numero sono infiniti?			
I multipli sono tutti maggiori o uguali al numero considerato?			

Criteri preziosi

Avrai forse pensato che non è poi così difficile trovare i multipli e i divisori... Prova a riflettere: cosa succede quando i numeri cominciano a diventare sempre più grandi?

Mi sapresti dire velocemente se 385 791 è divisibile per 5?

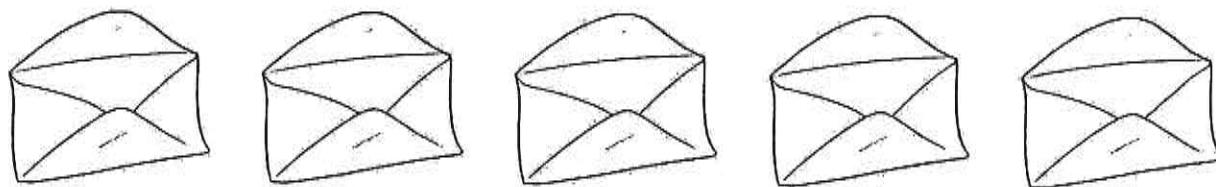


O ancora: 5 234 905 è divisibile per 3?

Dai, non ti spaventare! Anche per questo la matematica è fantastica: ci sono sempre un sacco di strategie e «trucchetti»!

Te ne spiego alcuni per trovare facilmente i divisori di un numero: si chiamano **criteri di divisibilità**.

Forma un gruppo con quattro compagni e distribuitevi le buste che vi darà l'insegnante, una ciascuno.



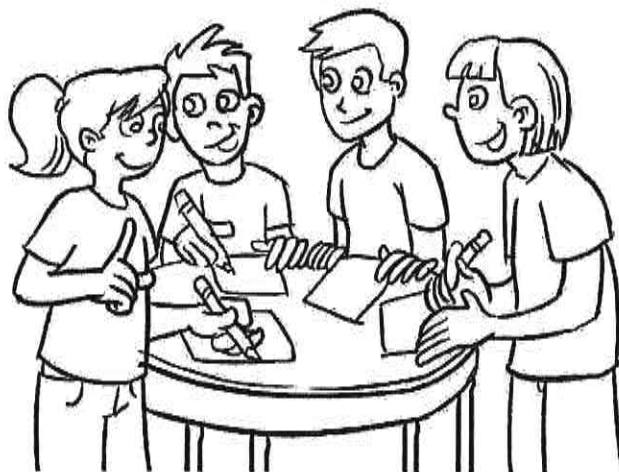
In ognuna di esse, troverete la spiegazione dei criteri di divisibilità per i numeri 2, 3, 4, 5, 9.

Guarda bene al suo interno, che numero hai trovato?

Ora forma un gruppo con tutti i compagni della classe che hanno il tuo stesso numero. Leggi con attenzione, devi diventare un vero esperto del tuo criterio di divisibilità.

Insieme agli altri esperti, dimostrate il criterio scrivendo alcuni esempi e sperimentatelo, completando gli esercizi presenti nel foglio.

Al termine, tornate nel gruppo iniziale e raccontate agli altri ciò che avete imparato.



Esperti in azione!



Spiega ai tuoi compagni ciò che hai imparato, gli altri faranno lo stesso con te. Utilizzando i criteri che ora conoscete, completate insieme la tabella, rispondete alle domande e argomentate con esempi le vostre risposte.

Numero	È divisibile per...				
	2	3	4	5	9
384					
800					
2 488					
3 525					
19 450					
6 534					
Tutti i numeri hanno divisori? _____					
Esistono numeri che sono divisibili solo per 1 e per se stessi? _____					
Se sì, quali sono? _____					

Tipi unici

Bravissimi! Avete scoperto un altro tipo di numeri, quelli che non hanno divisori ad eccezione di 1 e di se stessi!



1540
947
3628

Si chiamano **numeri primi**, sono dei tipi davvero unici e non si riconoscono neanche tanto facilmente, a differenza di tutti gli altri **numeri composti**.

Devi sapere che non c'è una regola precisa per individuarli, per anni i matematici hanno tentato di trovarla, ma senza successo.

Visto che manca un metodo, i numeri primi devono essere scovati uno a uno. Per i primi 100 numeri non c'è problema. Ti svelo un trucco, inventato tantissimi anni fa da un altro importante matematico greco, che incontreremo presto: si tratta di Eratostene da Cirene.



Il suo sistema, chiamato **Crivello di Eratostene**, consiste nel «setacciare», cioè eliminare progressivamente, dalla tavola dei primi 100 numeri tutti i numeri composti.

Prova a costruirlo, segui le indicazioni e lavora sulla tavola che ti consegnerà l'insegnante. Poi rispondi alle domande e confronta il tuo lavoro prima con un compagno e, in seguito, con il resto della classe. Buon lavoro!

Prova a costruirlo, segui le indicazioni e lavora sulla tavola che ti consegnerà l'insegnante. Poi rispondi alle domande e confronta il tuo lavoro prima con un compagno e, in seguito, con il resto della classe. Buon lavoro!



Indicazioni di lavoro

1. Barra la casella con il numero 1. I matematici ne hanno discusso a lungo e hanno deciso che non è numero primo, è un numero particolare, perché ha solo un divisore, se stesso.
2. Colora la casella con il numero 2 poi cancella tutti i suoi multipli.
3. Colora la casella con il numero 3, poi cancella tutti i suoi multipli.
4. Adesso che sei arrivato al numero 4, ti accorgerai che è già stato cancellato, perché è multiplo di 2.
5. Colora la casella con il numero 5, poi cancella tutti i suoi multipli.
6. Colora la casella con il numero 7, poi cancella tutti i suoi multipli.
7. Tutti i numeri che restano (nella tabella sono le caselle colorate), sono i numeri primi.

Caccia ai primi!

Siete stati tutti molto bravi, non era per niente semplice!
Per premio vi lascio un regalo... è un gioco di carte da fare in due o in quattro, usando un mazzo di 36 carte.



Ti spiego come si gioca.

1. Per prima cosa occorre preparare il mazzo di carte ritagliando e colorando le schede che ti consegnerà l'insegnante.
2. Si mescola il mazzo e si distribuiscono 4 carte a ogni giocatore, le altre si lasciano coperte in mezzo al tavolo.
3. Ogni giocatore, con le carte che ha in mano, deve formare il maggior numero possibile di numeri primi, usando una o due carte messe vicine (le carte con i numeri 7, 5, 3, prese da sole, sono tre numeri primi, ma 5 e 3 possono formare anche 53...)
4. A ogni turno, ogni giocatore pesca una carta dal mazzo: se ha dei numeri primi mette la carta (o le carte) sul tavolo, davanti a sé, altrimenti aspetta il turno successivo.
5. Il gioco termina quando le carte del mazzo sono finite: vince chi ha davanti a sé più numeri primi.
6. Non importa se più giocatori trovano gli stessi numeri primi.



Numerando con Archimede



Hai fatto un gran bel lavoro, ti sei divertito e hai imparato tante cose nuove... Adesso è il momento di metterle in pratica. Il mio compito è finito, ora tocca a te e ai tuoi compagni, ma prima di salutarti voglio proporti un altro incarico. Costruisci un giornalino a fumetti con tutti i numeri che abbiamo incontrato e le loro regole. Sarà divertente ogni tanto rileggerlo e così potrai ricordarti di me! Ora vado, ma chissà... forse ci incontreremo di nuovo. Arrivederci!

Mettiamoci al lavoro, forma un gruppo con i tuoi compagni, prendi il materiale, leggi le indicazioni e decidi come realizzare il tuo giornalino.

Le regole da rispettare sono due.

1. Il personaggio principale è Archimede che compare in ogni pagina e ti invita a sperimentare sempre nuovi tipi di numeri.
2. Le pagine devono essere sei e dovranno contenere:

– presentazione del personaggio guida e introduzione al Pi greco



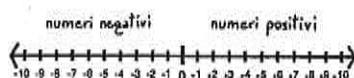
– numeri figurati



– numeri infiniti



– numeri negativi



– multipli, divisori e criteri di divisibilità



– numeri primi e il Crivello di Eratostene.

